# אפשר להגדיר נורמה בעוד דרכים. דוגמאות:

לפי הסימון הזה הנורמה הרגילה היא

# משפט בולצנו ווירשטראס על סדרות ב

כל סדרה חסומה ב יש לה תת סדרה מתכנסת.

## הרעיון

מתכנסת ל ⬄ לכל , מתכנסת ל

# הגדרה

תהי . נגיד ש הינה נקודת הצטברות של E אם ורק אם לכל קיים כך ש.

## הערה

יתכן ש, ייתכן שלא.

# הגדרה

נקראת קבוצה סגורה אם היא מכילה את כל נקודות ההצטברות שלה.

– סביבה של

# משפט בולצנו ווירשטראס עבור קבוצות

לכל קבוצה חסומה אינסופית ב קיימת נקודת הצטברות.

## דוגמא

1. אינסופית אבל לא חסומה, אין נקודות הצטברות.
2. יש אך ורק נקודת הצבטרות אחת . שימו לב:

## הוכחה

תהי קבוצה חסומה אינסופית. נבחר סדרה כך ש לכל *k וכך ש אם . על פי ההנחה E חסומה, לכן קיים כך ש לכל k, ז:א הסדרה חסומה. ע"פ משפט בולצנו-ווירשטראס עבור סדרות קיימת תת סדרה של שמתכנסת. נגיד עבור איזה .  
טענה: הינה נקודת הצטברות של E. אמנם, יהי . אזי קיים J כך שאם אזי (\*). כיוון שיש אינסוף אינדקסים כך ש(\*) מתקיימת, הינה נקודת הצטברות של הקבוצה וקל וחומר של*

# הגדרה

נניח ש מוגדרת בסביבה מנוקבת של . נגיד ש אם ורק אם קיים אזי

## דוגמאות

.  
אבל  
ולכן הפונקציה לא רציפה ב

במקרה שקיימים הגבולות עבור , עבור , טבעי להתבונן ב ו ולשאול האם הם מתלכדים. ב99.9% מהמקרים הגבולות האלה לא קיימים, ואי אפשר להגיד עליהם כלום.

# משפט

תהי f מוגדרת בסביבה מנוקבת של כך שקיים . אם קיים לכל y בסביבה מנוקבת של אזי

## הוכחה

נסמן המוגדרת עבור y בסביבה מנוקבת של . צ"ל: , ז"א שלכל קיים כך שאם אזי .

ידוע לנו שקיים כך שאם , וגם אזי  
. יהי . אזי קיים כך ש וכך ש  
. מכאן, אם

# הגדרה

תהי מוגדרת בסביבה של . נגיד שf רציפה ב אם . ז"א שלכל קיים כך שאם אזי

# משפט

נניח ש מוגדרות ורציפות בסביבת . אזי הפונקציות (), רציפות אף הן ב. גם רציפה ב אם

## הערה

f רציפה ב אם ורק אם לכל סדרה כך ש.

# הגדרה

תהי . אם f מוגדרת על E, נגיד שהיא רציפה בE אם היא רציפה בכל נקודה של E.

באופן כללי, אם וf מוגדרת על E, , נגיד שf רציפה בE אם לכל ולכל קיים כך שאם ול אזי

# משפט

תהי קבוצה חסומה וסגורה. אזי קיימות נקודות כך ש

# משפט

תהי f רציפה בקבוצה חסומה וסגורה. אזי היא רציפה במ"ש שם, ז"א לכל קיים כך שאם ו אזי